

## الدوال اللوغاريتمية

### تمرين 1

حدد مجموعة تعريف الدالة  $f$  في الحالات التالية

$$f(x) = \ln(2x^2 - x + 3) \quad (b) \quad f(x) = \frac{3x}{1 - \ln x} \quad (a)$$

$$f(x) = \sqrt{1 - (\ln x)^2} \quad (d) \quad f(x) = \ln(\ln x) \quad (c)$$

### تمرين 2

-1 حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات

$$\ln(2x-3)(x+1) = \ln 3 \quad ; \quad \ln(2x-3) + \ln(x+1) = \ln 3$$

$$\ln|2x-3| + \ln|x+1| = \ln 3 \quad ; \quad 2\ln(2x-1) - 3\ln(1-x) = 0$$

-2 حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحات

$$\ln(-3x^2 + x + 2) \geq 0 \quad \ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right) > 0$$

$$\ln|x+1| < -\ln|3x+5|$$

-3 حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة

$$(\ln x)^3 - 2(\ln x)^2 + 3\ln x = 0$$

$$\text{Log}_2 x = \frac{1}{2} + \text{Log}_4(2x+5) + \text{Log}_4 2$$

$$\text{Log}_2(\sqrt{x+2}) + \text{Log}_4(x+3) = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} \text{Log}_x e + \text{Log}_y e = \frac{3}{2} \\ \ln xy = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{-4 حل في } \mathbb{R}^2 \text{ النظمة}$$

### تمرين 3

أحسب النهايات التالية

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x + \ln(x^2 + 1) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x(\ln x)^3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x) \ln x \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x(\ln x)^n \quad n \in \mathbb{N}^*$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 + 2)}{x + 2} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln \frac{x^2 - 2x}{x^2 + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x)^2 - x \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\frac{x-3}{x}\right)$$

### تمرين 4

أدرس قابلية الاشتقاق و حدد  $f'(x)$  في الحالات التالية

$$f(x) = \ln(1 - \ln x) \quad (2) \quad ; \quad f(x) = \ln \frac{3+x}{4-x} \quad (1)$$

$$f(x) = \ln(2x - \sqrt{x+1}) \quad (4) \quad ; \quad f(x) = \frac{\ln x}{1 - (\ln x)^2} \quad (3)$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1 + \ln x}{1 - \ln x} & x > 0 \\ f(x) = x - 1 & x \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

### تمرين 5

$$f(x) = \frac{2}{x} + \ln \frac{x}{2} \quad \text{أدرس ومثل مبيانيا الدالة العددية } f \text{ المعرفة بـ}$$

### تمرين 6

نعتبر الدالة العددية  $f$  لمتغير حقيقي المعرفة بـ

$$f(x) = (\ln x)^2 - \ln x$$

-1 حدد مجموعة تعريف الدالة  $f$  و نهايات  $f$  عند محداتها

-2 أدرس تغيرات  $f$

$$f(x) = 0 \quad \text{-3 حل المعادلة}$$

-4 حدد معادلة المماس ل  $C_f$  عند النقطة ذات الأفصول 1

ثم أنشئ  $C_f$  في م.م.م

### تمرين 7

$$f(x) = \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| \quad \text{أدرس ومثل مبيانيا الدالة العددية } f \text{ المعرفة بـ}$$

### تمرين 8

نعتبر الدالة العددية  $f$  لمتغير حقيقي المعرفة بـ

$$\begin{cases} f(x) = x(1 - \ln x)^2 & x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

-1 حدد  $D_f$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم أدرس اتصال  $f$

على يمين 0

-2 أدرس اشتقاق  $f$  على يمين 0 و أول النتيجة

هندسيا

-3 أدرس تغيرات  $f$

-4 حدد نقطة انعطاف المنحنى  $C_f$

-5 أدرس الفرع اللانهائي ثم أنشئ  $C_f$  في م.م.م

### تمرين 9

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بـ  $f(x) = \ln|\sqrt{x}-1|$

-1 حدد  $D_f$  أحسب  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

-2 أحسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $D_f - \{0\}$  و أعط جدول

تغيرات الدالة  $f$

-3 أدرس اشتقاق  $f$  على يمين 0 و أول النتيجة هندسيا

-4 أدرس الفروع اللانهائية ل  $C_f$

-5 بين أن  $C_f$  يقبل نقطة انعطاف A تحديد إحداثيتها و

أحسب معادلة المماس عند النقطة A

-6 حدد نقطة تقاطع المنحنى  $C_f$  و محور الأفاصيل التي

تختلف عن الأصل

-7 أنشئ  $C_f$  نأخذ  $\ln 2 = 0,7$

### تمرين 10

نعتبر الدالة العددية  $f$  لمتغير حقيقي المعرفة بـ

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

-1 حدد  $D_f$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

-2 أدرس تغيرات  $f$

-3 حدد نقطة انعطاف المنحنى  $C_f$

-4 أدرس الفروع اللانهائيات ثم أنشئ  $C_f$  في م.م.م

-5 استعمل  $C_f$  لحل المعادلة و المتراجحة التاليتين

$$x + \sqrt{1+x^2} > 1 \quad x + \sqrt{1+x^2} = 1$$

**تمرين 11**نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة ب:

$$f(x) = x + 2 + \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right|$$

و  $C_f$  المنحنى الممثل لها في معلم متعامد وممنظم  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ (1) حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$ (2) بين أن النقطة  $I(0; 2)$  مركز تماثل ل  $C_f$ (3) ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}^+$ (4) أدرس الفروع اللانهائية ل  $C_f$  على  $\mathbb{R}^+$ (5) أنشئ  $C_f$  في المعلم  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ **تمرين 12**نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\ln x + 1}{1 - \ln x} & x \neq 0 \\ f(0) = -1 \end{cases}$$

بما يلي:

وليكن  $C_f$  تمثيلها المبياني في م م م ( الوحدة 2cm )(1) أ - حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .

ب - بين أن متصلة في 0 على اليمين.

ج - ادرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  في 0 على اليمين وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة.(2) أ - احسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $D_f$ .ب - اعط جدول تغيرات الدالة  $f$ (3) أ - بين أن  $C_f$  يقبل نقطة انعطاف I يجب تحديدإحداثيتها. ثم اكتب معادلة المماس ل  $C_f$  عند النقطة I .ب - أنشئ المنحنى  $C_f$ **تمرين 13**نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \ln(x^3 - 3x + 2)$$

و  $C_f$  المنحنى الممثل لها في معلم متعامد وممنظم  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ (1) احسب :  $(x-1)^2(x+2)$  ثم استنتج  $D_f$ .(2) احسب نهايات  $f$  عند محداث  $D_f$ .(3) ضع جدول تغيرات  $f$ (4) أ. بين أن لكل  $x \in ]1; +\infty[$  لدينا :

$$f(x) = 3 \ln x + \ln \left( 1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right)$$

ب. ادرس الفروع اللانهائية ل  $C_f$ .ت. حدد معادلة المماس ل  $C_f$  في النقطة ذات الأضلاع $x_0 = 0$ ث. احسب  $f(2)$  ثم أنشئ  $C_f$  في المعلم  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ **تمرين 14**نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}_+^*$ 

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x} + \ln x \quad \text{بما يلي:}$$

(1) أ. احسب نهايات  $f$  عند محداث  $D_f$ .ب. احسب  $f'(x)$  لكل  $x \in \mathbb{R}_+^*$ ت. بين أن الدالة  $f$  تزايدية قطعاً على  $x \in \mathbb{R}_+^*$ .ج. احسب  $f(1)$  ثم استنتج إشارة  $f(x)$ .(2) نعتبر الدالة العددية  $g$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة

$$g(x) = (x-1) \ln x \quad \text{ب:}$$

و  $(C_g)$  المنحنى الممثل لها في معلم متعامد وممنظم

$$(o; \vec{i}; \vec{j})$$

أ. حدد  $D_g$  حيز تعريف الدالة  $g$ . ثم أحسب نهايات  $g$  عندمحداث  $D_g$ .ب. بين أن :  $g'(x) = f(x)$  ( $\forall x \in D_g$ )ت. ضع جدول تغيرات الدالة  $g$ .ث. ادرس الوضع النسبي ل  $(C_g)$  و المستقيم  $(\Delta)$  ذو

$$y = x - 1$$

ج. ادرس الفرعين اللانهائين ل  $(C_g)$ .ح. أنشئ  $(C_g)$  في المعلم  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ .**تمرين 15**I نعتبر الدالة العددية  $h$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة بما

$$h(x) = \frac{x}{x+1} + \ln(x+1) \quad \text{يلي:}$$

(1) حدد  $D_h$  ثم احسب نهايات  $h$  عند محداث  $D_h$ .(2) أ. احسب  $h'(x)$  لكل  $x \in D_h$  ثم أدرس إشارتها.ب. ضع جدول تغيرات  $h$  ثم استنتج إشارة  $h(x)$ .(لاحظ أن  $h(0) = 0$ )II . نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة

$$f(x) = \sqrt{x \ln(x+1)} \quad \text{بما يلي:}$$

(1) حدد  $D_f$  ثم احسب نهايات  $f$  عند محداث  $D_f$ .(2) ادرس الفرع اللانهائي ل  $C_f$ .(3) أ. ادرس قابلية اشتقاق  $f$  في  $x_0 = 0$  ثم أول النتائج

هندسيا .

ب. احسب  $f'(x)$  لكل  $x \in D_f$  و  $x \neq 0$ و تحقق أن إشارة  $f'(x)$  هي إشارة  $h(x)$ ج. ضع جدول تغيرات  $f$ د. أنشئ  $C_f$  في المعلم  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ . (نقبل أن  $f''$  موجبة على

$$]-1; 0[ \text{ و سالبة على } ]0; +\infty[.$$